

**Вузій В.С.,**

магістрант за спеціальністю «Системний аналіз»

КНЕУ імені Вадима Гетьмана

**Колечкіна Л.М.,**

доктор фізико-математичних наук, професор,

професор кафедри системного аналізу та кібербезпеки,

КНЕУ імені Вадима Гетьмана

**Vuzii V.S,**

Master's student in the educational and professional program

«System Analysis»

KNEU named after Vadym Hetman

**Kolechkina L.M,**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,

Professor of the Department of System Analysis and Cybersecurity,

KNEU named after Vadym Hetman

## **АНАЛІЗ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ТЕОРІЇ ІГОР НА ФІНАНСОВИХ РИНКАХ ТА МОЖЛИВОСТЕЙ ДЛЯ СТВОРЕННЯ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ БІРЖОВОЇ ТОРГІВЛІ**

## **ANALYSIS OF THE APPLICATION OF GAME THEORY METHODS IN FINANCIAL MARKETS AND OPPORTUNITIES FOR CREATING AUTOMATIC EXCHANGE TRADING SYSTEMS**

**Анотація:** Ця дискусія присвячена застосуванню принципів теорії ігор, зокрема рівноваги Неша, у розробці автоматизованих систем на фінансових ринках. Він досліджує різні випадки, включаючи олігополістичну конкуренцію з використанням моделі Курно, вплив співпраці та конкуренції між компаніями та динаміку фінансових ринків під впливом поведінки інвесторів. Крім того, розповідь розкриває інтеграцію теорії ігор в аналіз інвестиційних рішень, управління ризиками та розробку автоматизованих торгових систем, таких як алгоритми високочастотної торгівлі (HFT). Концепція рівноваги Неша далі поширена на системи управління портфелем, ілюструючи, як автоматизовані системи оптимізують розподіл активів на основі стратегічних взаємодій. Обговорення підкреслює адаптивність цих систем до мінливих ринкових умов і постійну оцінку ризиків і потенційних прибутків. Розвиток автоматизованих торгових систем, спираючись на принципи теорії ігор, полегшує побудову систем, які пристосовуються до змін у ринковому середовищі, швидко реагують на зміни та приймають точні рішення на основі ретельного аналізу даних і дій учасників ринку.

**Ключові слова:** теорія ігор, рівновага Неша, модель Курно, фінансові ринки, поведінка інвестора, високочастотна торгівля (HFT), автоматизовані торгові системи, управління портфелем, розподіл активів, управління ризиками, динаміка ринку.

**Abstract:** This discussion delves into the application of game theory principles, particularly Nash equilibrium, in the design of automated systems within financial markets. It explores various instances, including oligopolistic competition using the Cournot model, the impact of cooperation and competition among companies, and the dynamics of financial markets influenced by investor behaviors. Additionally, the narrative unfolds the integration of game theory in analyzing investment decisions, risk management, and the development of automated trading systems, such as High-Frequency Trading (HFT) algorithms. The concept of Nash equilibrium is further extended to portfolio management systems, illustrating how automated systems optimize asset allocation based on strategic interactions. The discussion highlights the adaptability of these systems to changing market conditions and the continuous assessment of risks and potential returns. The development of automated trading systems, based on the principles of game theory, facilitates the construction of systems that adapt to changes in the market environment, quickly react to changes and make accurate decisions based on a thorough analysis of data and actions of market participants.

**Keywords:** Game Theory, Nash Equilibrium, Cournot Model, Financial Markets, Investor Behavior, High-Frequency Trading (HFT), Automated Trading Systems, Portfolio Management, Asset Allocation, Risk Management, Market Dynamics.

**Вступ.** У сучасному стані оцінювання фінансових ринків, де динаміка цін та стратегії учасників мають ключове значення, дослідники та практики звертають увагу на використання теорії ігор. Робота Kylie Hannafey «Modeling the Stock Market Through Game Theory» (2021) та книга Hans Peters «Game Theory: A Multi-Level Approach. Second Edition» (2015) відкривають глибокий аналіз застосування теорії ігор у моделюванні та розумінні ринкових явищ. Крім того, стаття Avik Reengusia «How Game Theory is used to Predict Stock Market Trends» (2022) в JETIR Research Journal надає інсайди щодо практичного використання теорії ігор для прогнозування тенденцій на фондовому ринку.

Фінансову стабільність можна охарактеризувати як здатність фінансової системи сприяти, а не перешкоджати загальній економічній ефективності та вирішувати фінансові дисбаланси, які можуть виникати або ендогенно, або як наслідок значних несприятливих і непередбачених подій [4]. Давайте заглибимося в це визначення. По-перше, «фінансовий ринок — це інститут, який з'єднує потенційних покупців і продавців акцій компаній» [3]. По суті, фондовий ринок функціонує як бізнес. Згідно з нашим визначенням фінансової стабільності, бізнес вважається фінансово стабільним, якщо він ефективно використовує свої ресурси, отримує прибуток, робить розумні інвестиції та накопичує багатство.

По суті, успішний бізнес сприяє покращенню економічних показників. Крім того, система повинна володіти здатністю керу-

вати фінансовими дисбалансами, що виникають через внутрішні проблеми або несподівані зовнішні події. Для бізнесу на фондовому ринку це означає здатність приймати оптимальні рішення у відповідь на невдалий інвестиційний вибір або дії конкуруючих підприємств, забезпечуючи стійкість і безперервність на ринку.

Стратегічне застосування теорії ігор може допомогти підприємствам на фондовому ринку досягти фінансової стабільності. Гравці в цій «грі» приймають рішення, які відповідають їхнім найкращим інтересам, а також враховують потенційні дії інших гравців. Гравець прагне досягти успіху, одночасно забезпечуючи виживання, що узгоджується з суттю нашого визначення фінансової стабільності [7].

Теорія ігор, інтенсивно розвиваючись в області економіки та фінансів, відіграє визначальну роль у формуванні та вдосконаленні стратегій управління на фінансових ринках. Цей надзвичайно цікавий та інноваційний напрямок вивчення дозволяє аналізувати складні взаємодії між різними учасниками ринку, враховуючи їхні стратегії та взаємовідносини в умовах невизначеності та конкуренції.

Теорія ігор визначає основні принципи, за якими різні учасники ринку приймають рішення в умовах конкурентної боротьби та непередбачуваності ринкового середовища. Застосування цієї теорії в контексті фінансових ринків не лише розкриває складні риси ринкових відносин, але й надає засоби для розробки стратегій, що враховують різноманітність сценаріїв та дій учасників.

У цьому дослідженні розглянуто важливі аспекти використання теорії ігор у біржовій торгівлі, зокрема, її застосування в розробці автоматизованих торгових систем. Проведено ґрунтовний аналіз деяких відомих стратегій і підходів теорії ігор, та досліджено, як можна моделювати стратегії, управляти ризиками та розробляти ефективні торгові рішення в умовах постійної динаміки фінансових ринків.

**Дилема в'язня.** Дилема в'язня є добре відомою і важливою тактикою в теорії ігор. У цій «грі» розглядається процес прийняття рішень двома людьми, які, діючи в своїх особистих інтересах, у підсумку отримують гірші результати, ніж якби вони спочатку співпрацювали.

У дилемі в'язня двоє підозрюваних, затриманих у злочині, розділені та не можуть спілкуватися один з одним. Сторона обвинувачення інформує підозрюваних 1 і 2 окремо, що якщо він зізнається та дасть свідчення проти іншого, він буде звільнений; однак, якщо він не співпрацюватиме, а інший підозрюваний це

зробить, його засудять до трьох років позбавлення волі. Якщо обоє зізнаються, їм загрозуватиме покарання у вигляді двох років позбавлення волі. Якщо обоє зізнаються, їм загрожує по два роки позбавлення волі; якщо жоден не зізнається, вони будуть засуджені до одного року у в'язниці.

Хоча співпраця є найкращим варіантом для двох підозрюваних, дослідження показують, що в такій ситуації більшість раціональних людей вибирають зізнатися та свідчити проти іншої особи, а не мовчати та ризикувати іншою особою зізнатися. Передбачається, що гравці будуть раціональними і хочуть максимізувати свої вигоди.

Таблиця 1

ДИЛЕМА В'ЯЗНЯ

|           |           | В'язень 2 |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
|           |           | Мовчати   | Зізнатися |
| В'язень 1 | Мовчати   | (1,1)     | (4,0)     |
|           | Зізнатися | (0,4)     | (2,2)     |

**Модель Курно.** Загалом  $n$  фірм виробляє один товар. Витрати фірми  $i$  на виробництво одиниць товару  $q_i$  дорівнюють  $C_i(q_i)$ , де  $C_i$  зростає. Крім того, загальний випуск фірми дорівнює  $Q$ , а ринкова ціна дорівнює  $P(Q)$  ( $P$  є спадною функцією, якщо значення додатне).[7]

Олігополічна гра Курно складається з фірм як гравців, а дії кожної фірми є її можливими результатами. Переваги кожної фірми представлені її прибутком

$$\pi_i(q_1, \dots, q_n) = q_i P(q_1 + \dots + q_n) - C_i(q_i).$$

Припустимо, що є дві фірми з однаковою функцією витрат:  $C_i(q_i) = cq_i$  для всіх  $q_i$ . Зворотна функція попиту задана формулою (1.2)

$$P(Q) = \begin{cases} \alpha - Q & \text{if } Q \leq \alpha \\ 0 & \text{if } Q > \alpha \end{cases}$$

де  $\alpha > 0$  і  $c \geq 0$  — константи. Тоді можемо побудувати графік оберненої функції попиту на рис. 1

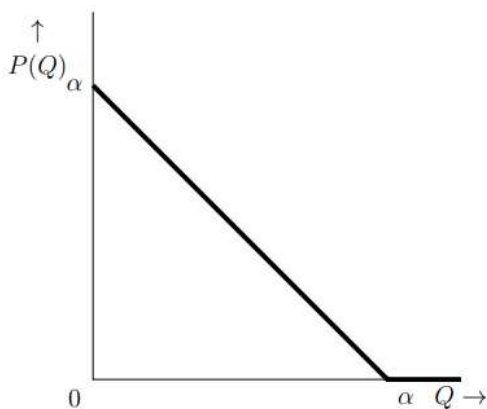


Рис. 1 Функція попиту

Уявімо, що компанії А і Б виробляють один і той самий продукт у великих або малих обсягах. Якщо обидві компанії співпрацюють і домовляються виробляти продукцію на низьких рівнях, обмежений обсяг товару призведе до високої ринкової ціни і значних прибутків для обох компаній. У випадку, якщо вони не домовляються і виробляють продукцію на високому рівні, ринок насичується, що призводить до зниження цін на продукт і, відповідно, до менших доходів для обох компаній.[7]

Однак якщо одна компанія співпрацює (тобто виробляє на низькому рівні), а інша відмовляється (тобто виробляє на високому рівні), перша компанія лише виходить до нуля, тоді як друга отримує більше прибутку, ніж якщо обидві співпрацювали. Подано матрицю стимулів для компаній А та В (цифри вказані у мільйонах доларів прибутку). В результаті, якщо компанія А співпрацює та виробляє на низькому рівні, а компанія В відмовляється та виробляє на високому рівні, виплата виглядає так, як показано в клітинці (б) — компанія А виходить у нуль, а компанія В отримує прибуток у розмірі 7 мільйонів доларів [7].

Таблиця 2

**МОДЕЛЬ КУРНО**

|            |           | Компанія В |         |
|------------|-----------|------------|---------|
|            |           | Співпраця  | Відмова |
| Компанія А | Співпраця | (а) 4,4    | (б) 0,7 |
|            | Відмова   | (в) 7,0    | (г) 2,2 |

Модель Курно — це економічна модель, яка пояснює промислову структуру, в якій конкуруючі підприємства, що пропонують той самий продукт, конкурують за кількість продукції, яку вони створюють незалежно та одночасно. По суті, це гра в дилему в'язня.

**Фінансові ринки.** Припустимо, що обговорюється купівля чи продаж машини Tesla з 6-місячним періодом утримання (ви є короткостроковим інвестором). Якщо особа вибере «купівля», вона може заробити, якщо більшість інших інвесторів (з точки зору інвестиційних грошей та кількості інвесторів) також купують. Як показано в таблиці, якщо особа погоджується із загальними настроями ринку, вона отримує дохід в короткостроковій перспективі, але втрапить в короткостроковій перспективі, якщо не погодиться. У цьому базовому випадку не існує чистої стратегії рівноваги Неша або домінантної стратегії.

Таблиця 3

ПРИКЛАД ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛІ

|    |         | Інші гравці ринку |          |
|----|---------|-------------------|----------|
|    |         | Купівля           | Продаж   |
| Ви | Купівля | (10,10)           | (-20,40) |
|    | Продаж  | (-20,40)          | (10,10)  |

Прибутки залежать від того, наскільки добре особа передбачить більшість інвестиційних рішень інших інвесторів, але фондовий ринок та його інвесторів важко передбачити. Результати рівноваги Неша, як відомо в деяких випадках, є такими, що жоден інвестор не захоче змінити свою стратегію.

Схоже, що фондовий ринок рідко перебуває в рівновазі Неша, що пояснює, чому він такий нестабільний і швидкий. Адже біржа — це місце, куди люди йдуть заробити, а не знайти спокій. Дотримання цієї теорії пояснює, чому фондовий ринок такий непростий. Навпаки, теорія ігор може полегшити вивчення та розуміння в певних контекстах.

**Домінантна стратегія.** Домінантна торгова стратегія, яка має таку ж вартість, як і інша, але напевно перевершить її, існує, коли можна почати без грошей і забезпечити торговий прибуток.

Трейдери вважають, що для максимального застосування теорії ігор їм потрібно спочатку визначити свою «домінантну стра-

тегію» на фондовому ринку. « Домінантна стратегія» — це така, яка забезпечує найвищий виграш після розгляду всіх інших життєздатних альтернатив, розглянутих гравцем. Однак досягти цього є складним завданням, подібно до досягнення точки «рівноваги Неша» на фондовому ринку. Позиція «рівноваги за Нешем» виникає, коли сторони не бажають змінювати свої рішення, тому що на результат не вплине рішення іншої сторони в той час.

**Теорія ігор і торгівля крипто валютами.** Теорія ігор відіграє вирішальну роль у стабільному зростанні криптовалют і є ключовим фактором стійкості біткойна протягом останнього десятиліття, незважаючи на різноманітні спроби зруйнувати мережу.

Для з'ясування структур стимулів, властивих розподіленним блокчейн системам, криптоекономіка об'єднує теорію ігор, економіку та криптографію. Розуміння поведінки раціональних вузлів у мережі за допомогою теорії ігор підвищує безпеку та стабільність розподілених однорангових мереж. Майнери, відповідальні за перевірку блоків (тобто транзакцій) у розподіленій синхронізованій базі даних, повинні досягти консенсусу щодо того, який блок схвалити. У випадку з біткойнами майнери перевіряють кожен новий блок, вирішуючи обчислювально складну задачу.

Інвестування в криптовалюту вносить особливу динаміку. На відміну від традиційних фінансових ринків, за звичайних умов будь-хто, будь-де та в будь-який час має доступ до криптовалют і голос у визначенні вартості базового активу. Ця широка участь у ринку ускладнює прогнозування ціни товару.

Однак через загальні моделі поведінки, які поділяють люди, розуміння теорії ігор може допомогти передбачити вартість активу на основі того, як учасники ринку реагують на основі активу. Наприклад, у ситуаціях страху, невизначеності та сумнівів, учасники ринку висловлюють занепокоєння щодо того, як це вплине на ціну їхніх активів, і часто посилаються на попередні випадки, щоб отримати вказівки.

**Аналіз рентабельності.** Аналіз рентабельності визначається як «систематичний метод оцінки переваг і недоліків різних рішень».

Якщо передбачити дві можливості, аналіз рентабельності, схожий на фундаментальний аналіз ризику та винагороди, оцінює витрати та вигоди, пов'язані з вибором однієї з них. У сфері інвестицій у криптовалюту сприятлива позиція передбачає оцінку варіантів між двома проектами децентралізованого фінансування (Defi) для придбання, наприклад, Solana. Аналіз зазвичай вклю-

часе зважування витрат (інвестованої суми відносно портфеля або доступних коштів) проти вигод (потенціалу збільшення вартості токена та відповідності очікуванням).[8]

Добре проведений рентабельності в цілому вважається розумною інвестиційною стратегією.

**Автоматизовані системи.** Розвиток автоматизованих торгових систем на фінансових ринках на основі теорії ігор відкриває можливості для створення складних алгоритмів, що адаптуються до змін ринкового середовища. За допомогою аналізу методів теорії ігор можна створити теоретичну основу для розуміння взаємодії та стратегій різних учасників ринку, яка може бути використана при розробці програмних систем для торгівлі.

Використання концепцій та моделей теорії ігор надає можливість інженерам та програмістам створювати алгоритми, які зможуть аналізувати ринок в реальному часі, передбачати та реагувати на зміни цін, торгових обсягів та інших параметрів ринку. Ці системи здатні приймати рішення, враховуючи велику кількість даних, що враховують можливі реакції інших учасників ринку та їх стратегії.

Це дозволяє не тільки реагувати на зміни в реальному часі, але й адаптувати свої стратегії та алгоритми відповідно до нової інформації. Наприклад, якщо з'являється нова інформація або змінюється поведінка інших учасників ринку, система може змінити свої рішення та стратегії, щоб оптимізувати результати торгівлі.

Розробка автоматизованих торгових систем на основі теорії ігор допомагає зменшити людський вплив на торговий процес, забезпечуючи ефективнішу та швидшу реакцію на зміни ринку. Однак варто зазначити, що вони мають свої обмеження та ризики, оскільки вони базуються на моделях, які можуть бути недосконалими або не завжди враховують усі аспекти поведінки ринку.

**НФТ-системи.** Завдяки розвитку технологій і комп'ютеризації фінансових ринків багато компаній використовують автоматизовані торгові системи, засновані на принципах теорії ігор та глибокому аналізі, для прийняття торгових рішень. Одним із прикладів може бути те, що називається «високочастотна торгівля» (HFT) (рис. 2).

НФТ використовує складні алгоритми, засновані на теорії ігор, для торгівлі такими фінансовими інструментами, як акції, ф'ючерси, валютні пари тощо. Вони реагують на найменші зміни цін та інших ринкових умов у режимі реального часу, здійснюючи велику кількість швидких угод протягом короткого періоду часу.



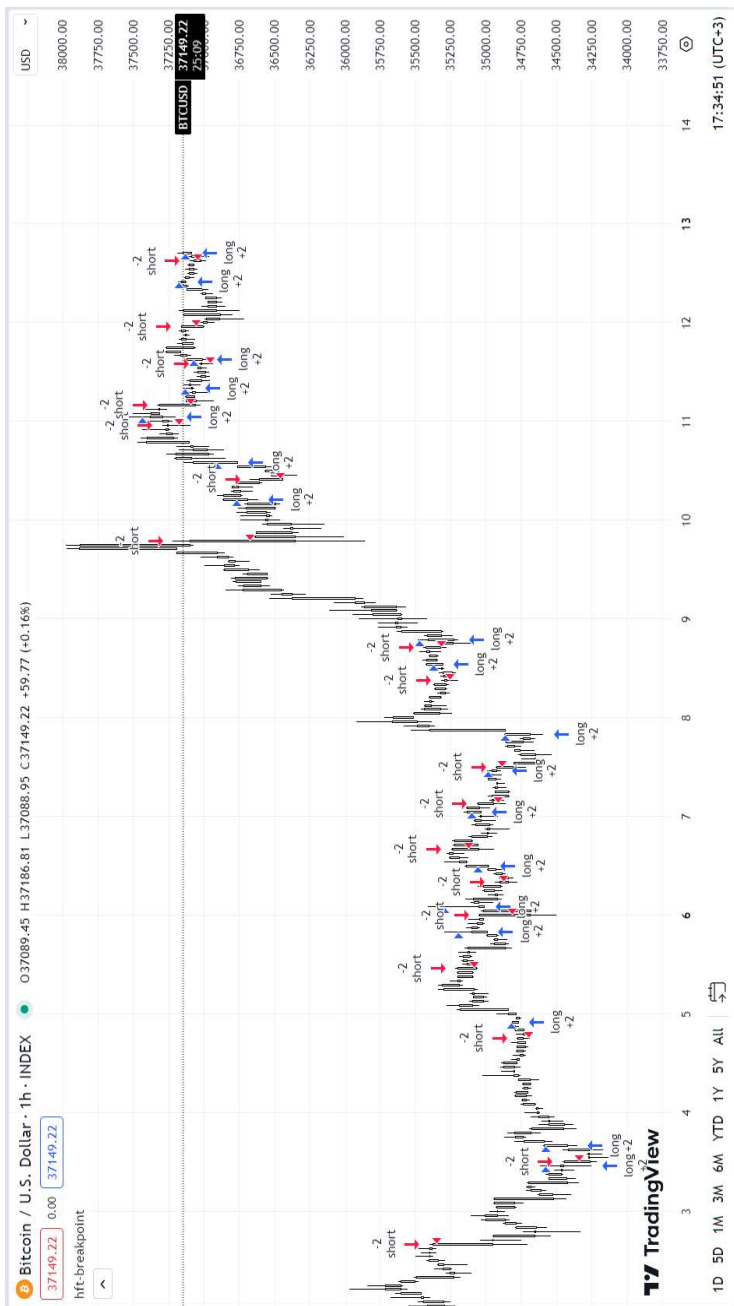


Рис. 2 Приклад NFT-системи

Наприклад, якщо існує невелика можливість арбітражу між двома ринками, де ціна одного активу відрізняється, алгоритм HFT може автоматично виконувати умови купівлі та продажу для цього активу на цих двох ринках з прибутком від ціноутворення. HFT-системи спираються на глибокий аналіз ринкових даних на основі різних сценаріїв, можливостей і ризиків. Вони також враховують конкуренцію та стратегії інших учасників, щоб приймати швидкі та точні рішення в реальному часі.

### **Системи розподілу активів**

Іншим прикладом автоматизованої системи, що використовує принципи теорії ігор, є системи управління портфелем, засновані на «рівновазі Неша». «Рівновага Неша» — концепція теорії ігор, яка визначає такі стратегії учасників, при яких ніхто не може покращити свій результат, змінивши свою стратегію, тоді як стратегії інших учасників є фіксованими. Цей принцип можна використовувати для створення автоматизованих систем управління портфелем, які оптимізують розподіл активів.

Така система може застосовувати різні стратегії розподілу активів для різних класів активів, таких як акції, облігації тощо, на основі різних ринкових сценаріїв. Для аналізу можуть бути використані дані про минулі тенденції ринку, а також враховані можливі майбутні сценарії для оптимізації розподілу портфеля.

Використовуючи принципи рівноваги Неша, автоматизована система може знаходити оптимальні рішення для розподілу активів у портфелі, забезпечуючи баланс між ризиком і потенційним прибутком. Він може адаптуватися до змін ринкових умов і враховувати можливі дії інших учасників ринку для забезпечення максимальної вигоди з найменшим ризиком. (рис. 3)

**Висновок.** Використання теорії ігор на фінансових ринках відкриває широкі перспективи для вдосконалення автоматизованих систем, які враховують, як учасники ринку взаємодіють і розробляють стратегії в умовах невизначеності. Через розробку та аналіз стратегій у сфері теорії ігор, інвестор може глибше зрозуміти різні потенційні сценарії на ринку та вибрати найбільш вигідні рішення в середовищі, яке характеризується непередбачуваними ринковими умовами.

Розвиток автоматизованих торгових систем, спираючись на принципи теорії ігор, полегшує побудову систем, які пристосовуються до змін у ринковому середовищі, швидко реагують на зміни та приймають точні рішення на основі ретельного аналізу даних і дій учасників ринку.

## Portfolio Optimization Results (Jun 2018 - Oct 2023)

[Link](#)
[PDF](#)
[Excel](#)
[Save](#)

Note: The time period was constrained by the available data for XRP Market Price USD (^XRP) [Jun 2018 - Oct 2023].

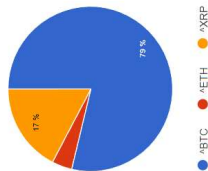
Portfolio optimization results with the goal to maximize Sharpe ratio. The possible range of expected annual portfolio returns for the given period is 56.07% to 72.59%. Refer to the efficient frontier section for additional details.

[Summary](#)
[Efficient Frontier](#)
[Metrics](#)
[Annual Returns](#)
[Monthly Returns](#)
[Drawdowns](#)
[Assets](#)
[Rolling Returns](#)

### Maximum Sharpe Ratio

| Ticker | Name                      | Allocation |
|--------|---------------------------|------------|
| ^BTC   | Bitcoin Market Price USD  | 78.75%     |
| ^ETH   | Ethereum Market Price USD | 3.93%      |
| ^XRP   | XRP Market Price USD      | 17.32%     |

[Save portfolio »](#)



### Portfolio Performance Summary

#### Performance Summary

| Metric                   | Maximum Sharpe Ratio |
|--------------------------|----------------------|
| Start Balance            | \$10,000             |
| End Balance              | \$55,891             |
| Annualized Return (CAGR) | 37.39%               |
| Expected Return          | 57.91%               |

Рис. 3 Приклад системи розподілення активів

Автоматизовані системи демонструють різноманітний спектр застосувань теорії ігор на фінансових ринках, і хоча вони пом'якшують людський вплив на торгівлю та дозволяють швидше реагувати на зміни ринку, вони також мають обмеження та ризики через непередбачуваний характер ринкових умов.

Далі важливим напрямком досліджень в області фінансових ринків залишається розширення застосування теорії ігор для більш глибокого розуміння динаміки та взаємодії учасників ринку. Подальші дослідження можуть включати розробку нових моделей, які враховують більш складні стратегії та аспекти ринкових умов. Також важливим є вдосконалення методів прогнозування на основі теорії ігор для вирішення складних завдань управління портфелем та ризиком на фінансовому ринку. Усе це сприятиме створенню більш точних та ефективних інструментів для прийняття рішень на фінансових ринках в умовах постійної динаміки та невизначеності.

### Бібліографічні посилання

1. Allen, Franklin and Stephen Morris. «Finance Applications of Game Theory» Yale University, 1998, 27 с.
2. Avik Reengusia. «How Game Theory is used to Predict Stock Market Trends». JETIR Research Journal 2022, Volume 9, Issue 9, 11с.
3. Barry Johnson. «Algorithmic Trading and DMA». Paperback, 2010, 592с.
4. Brandenburger, Adam M., and Barry J. Nalebuff. «The Right Game: Use Game Theory to Shape Strategy» Harvard Business Review, 1995.
5. Chaudhuri K. Mallick. «Fuzzy Logic and NeuroFuzzy Applications in Business and Finance», 1996, 375 с.
6. David M. Kreps. «Game Theory and Economic Modelling». 1990, 204 с.
7. Fox, Merritt B., Lawrence R. Glosten and Gabriel V. Rautenberg. «The New Stock Market: Sense and Nonsense» Duke Law Journal, vol. 65, no. 2, 2015.
8. Game theory — <https://www.britannica.com/science/game-theory> (дата звернення 15.11.23)
9. High Frequency Trading Strategy — <https://www.quantifiedstrategies.com/high-frequency-trading-strategy/> (дата звернення 16.11.23)
10. Kylie Hannafey. «Modeling the Stock Market Through Game Theory», Georgia Southern University. 2021, 35с.
11. Medium — <https://medium.com/swlh/an-informational-introduction-to-game-theory-and-the-stockmarket-1b97d6a7b30d> (дата звернення 15.11.23)

12. Peters, Hans. «Game Theory: A Multi-Level Approach. Second Edition.» Springer Texts in Business and Economics, 2015, 493 с.
13. Portfolio Vizualizer — <https://www.portfoliobox.net/> (дата звернення 15.11.23)
14. Samuelson, Larry. «Game Theory in Economics and Beyond». Journal of Economic Perspectives, vol. 30, no. 4, 2016.
15. Schinasi, Garry J. «Defining Financial Stability» International Monetary Fund, No. 04/187, 2004
16. Top cryptocurrencies with their high transaction speeds - <https://www.blockchain-council.org/cryptocurrency/top-cryptocurrencies-with-their-hightransactionspeeds> (дата звернення 16.11.23)
17. Trading View — <https://tradingview.com/v/RG3Cr0dJ/> (дата звернення 16.11.23)
18. Zero-Sum Game — <https://www.investopedia.com/terms/z/zero-sumgame.asp> (дата звернення 16.11.23)
19. Л. Барановська. «Теорія Ігор: Курс Лекцій». Навчальний посібник, КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022, 245с.
20. Шиян А.А. «Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті». Навчальний посібник. — Вінниця: ВНТУ, 2009, 164 с

*Статтю подано до редакції: 16.11.2023*